|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ *Робототехники и комплексной автоматизации*

КАФЕДРА *Системы автоматизированного проектирования (РК-6)*

**ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

по дисциплине: «Вычислительная математика»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент |  | Шашко Олег Владимирович |
| Группа |  | РК6-61Б |
| Тип задания |  | лабораторная работа |
| Тема лабораторной работы |  | @Тема@ |

Студент **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Шашко О.В.**

*подпись, дата фамилия, и.о.*

Преподаватель **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Соколов А.П.**

*подпись, дата фамилия, и.о.*

*Москва, 2022 г.*

Оглавление

[Задание на лабораторную работу 3](#_Toc32399212)

[Цель выполнения лабораторной работы 3](#_Toc32399213)

[Выполненные задачи 3](#_Toc32399214)

[1. @Название раздела в соответствии с задачей 1@ 4](#_Toc32399215)

[2. @Название раздела в соответствии с задачей 2@ 4](#_Toc32399216)

[Заключение 4](#_Toc32399217)

[Список использованных источников 4](#_Toc32399218)

# Задание на лабораторную работу

1.1 Требования к знаниям для выполнения

Для выполнения лабораторной̆ работы обучающийся должен обладать знаниями:  
– владеть навыками разработки программного обеспечения на языке Python (ре-

комендуется) или С++ на базовом уровне;  
– владеть навыками использования программных инструментов: numpy, matplotlib; – знать понятия: интерполяция, интерполяционный̆ полином Лагранжа, принци-

пы интерполяции кубическими сплайн-функциями.

1.2 Интерполяция Лагранжа (вариант 1)

Интерполяция Лагранжа является одним из самых важных численных методов и лежит в основе многих методов численного дифференцирования и интегрирования. Точность интерполяции полиномами Лагранжа зависит не только от максимальной̆ степени выбранного подмножества полиномов, но и от расположения узлов. Очевидный̆, казалось бы, выбор равномерно расположенных узлов может приводить к неожиданным проблемам. Одним из примеров является так называемый̆ эффект Рунге, который̆ выражается в большой̆ осцилляции аппроксимированного полинома вблизи конечных узлов отрезка интерполирования и который̆ предлагается исследовать в базовой̆ части. В продвинутой̆ части предлагается исследовать влияние расположения узлов и их количества на интерполяцию Лагранжа более систематически, используя случайные функции, сгенерированные с помощью аппроксимации Паде.

Задача 1 (интерполирование полиномами Лагранжа)

𝑓(𝑥) = 1 , (1) 1+25𝑥2

page5image905920

где 𝑥 ∈ [−1; 1]. Также дана рациональная функция, известная как аппроксимация Паде:

𝑚  
∑︀ 𝑎𝑗𝑥𝑗

𝑓𝑛,𝑚(𝑥)= 𝑗=0  
1 + ∑︀ 𝑏𝑘𝑥𝑘

где 𝑥 ∈ [−1; 1].  
Требуется (базовая часть):  
1. Разработать функцию l\_i(i, x, x\_nodes), которая возвращает значение 𝑖-го ба-

зисного полинома Лагранжа, заданного на узлах с абсциссами x\_nodes, в точке 𝑥.

2. Написать функцию L(x, x\_nodes, y\_nodes), которая возвращает значение ин- терполяционного полинома Лагранжа, заданного на узлах с абсциссами x\_nodes и

ординатами y\_nodes, в точке 𝑥.  
3. Для равномерно расположенных узлов вывести на экран одновременно графи-

ки 𝑓(𝑥) и полученного интерполяционного полинома 𝐿(𝑥) для следующих количеств узлов: 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23. В результате это должно дать 7 пар графиков. Опишите, что наблюдается при увеличении количества узлов?1

4. Повторить предыдущий пункт для чебышевских узлов. В чем разница между интерполяцией Лагранжа функции 𝑓(𝑥) на основе равномерно расположенных узлов и чебышевских? Сделать выводы.  
Требуется (продвинутая часть):

1. Сгенерировать 100 функции 𝑓𝑛,𝑚(𝑥), где целые степени 𝑛,𝑚 ∈ [7;15] и вещественные коэффициенты 𝑎𝑗 , 𝑏𝑘 ∈ [0; 1] генерируются случайным образом для каждой из функции.

2. Для нескольких из сгенерированных функций вывести на экран одновременно графики 𝑓𝑛,𝑚(𝑥) и соответствующего интерполяционного полинома 𝐿(𝑥), построен- ного по 𝑁 равномерно расположенным узлам, где 𝑁 выбирается по собственному усмотрению, но должно быть не меньше 5. На том же графике выведите 𝐿(𝑥), по- строенного по 𝑁 чебышевским узлам.

3. Для каждой из функции, сгенерированных в предыдущем пункте, найдите интерполяционные полиномы 𝐿(𝑥), построенные по 𝑁 ∈ {1,2,...,30} равномерно расположенным узлам и чебышевским узлам. Для каждого 𝑁 рассчитайте расстояние между 𝑓𝑛,𝑚 (𝑥) и 𝐿(𝑥) в лебеговом пространстве 𝐿∞ .2 Рассмотрите несколько графиков зависимости этого расстояния для равномерных и чебышевских узлов от 𝑁 и сделайте по ним вывод.3 Добавьте в отчет один характерный график, который наглядно демонстрирует верность вашего вывода.

4. Объясните, что такое аппроксимация Паде и до какой степени предложенный метод генерации случайных функций 𝑓𝑛,𝑚(𝑥) позволяет обобщить выводы предыду- щего пункта на произвольные функции.

# Цель выполнения лабораторной работы

**Цель выполнения лабораторной работы** – @цель выполнения@.

# Выполненные задачи

* **Задача 1 (интерполирование полиномами Лагранжа)**

**1. Интерполирование полиномами Лагранжа**

1. Задача 1 - Разработать функцию l\_i(i, x, x\_nodes)

Для начала заметим, что эта функция нам понадобится для двух видов сетки: для равномерного распределения и для Чебышевских узлов, соответственно целесообразно будет реализовать две функции.

i-й полином Лагранжа находится по формуле:

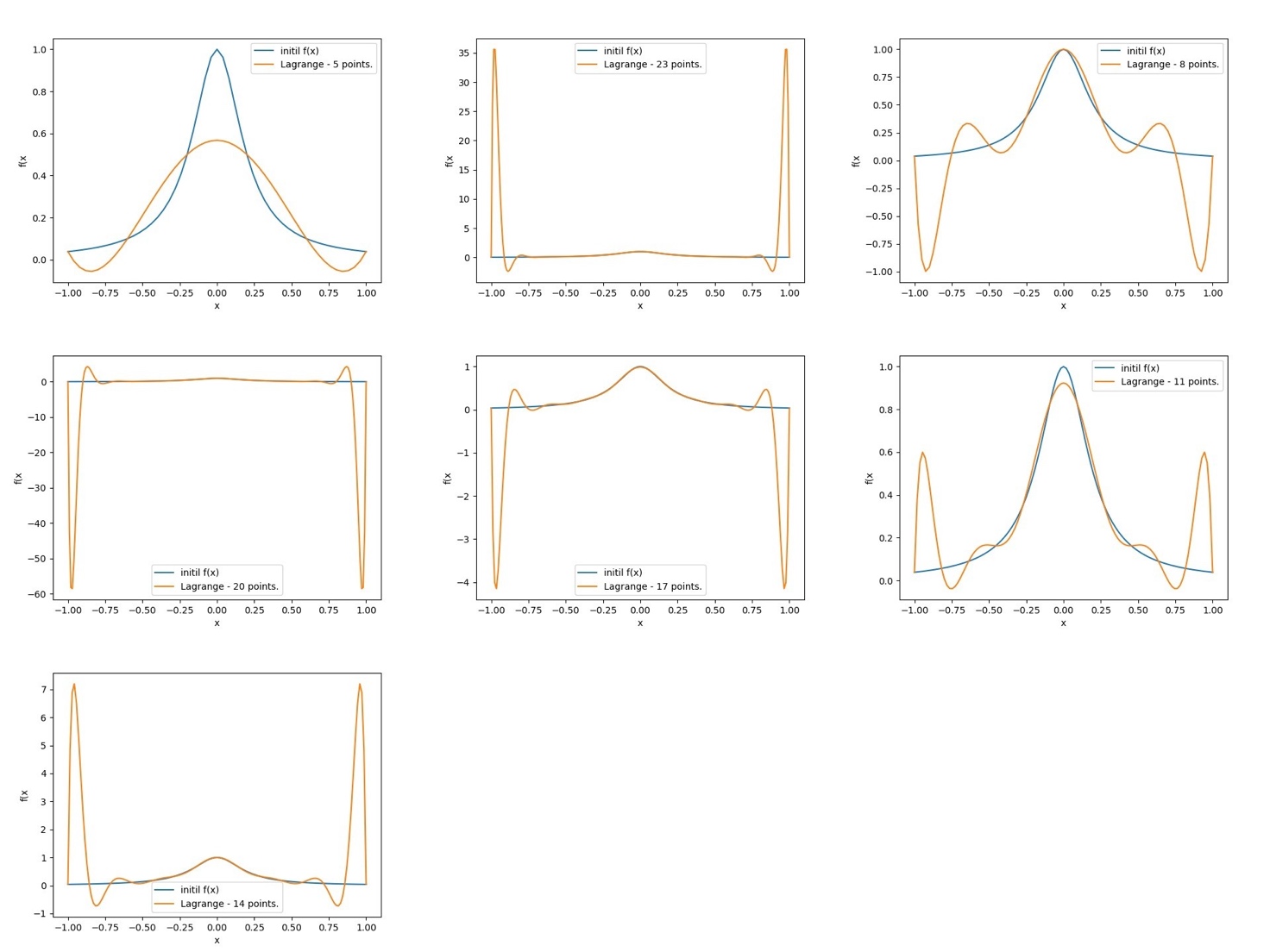
1. Задача 2 - Написать функцию L(x, x\_nodes, y\_nodes)

Здесь, как и в предыдущем пункте, нам понадобится две функции

Значение интерполяционного полинома Лагранжа находится по формуле:

3. Задача 3 - вывести на экран одновременно графики.

Построим 7 пар графиков функций, каждая из которых будет содержать график исходной функции и график аппроксимации Лагранжа (рис 1). Число точек интерполяции возьмём в 10 раз больше, чем число узлов (50, 80 и т.д.)

Рисунок 1

Как мы видим, при увеличении числа узлов увеличивается и точность интерполяции, однако все равно присутствует большая погрешность. Из этого мы можем сделать вывод, что для данной функции метод интерполяции Лагранжа является не лучшем вариантом интерполяции.

Задача 4 - повторить предыдущий̆ пункт для чебышевских узлов.

Поскольку задаче 1 и задаче 2 мы реализовали по две функции, теперь повторим выполнение предыдущего задания с их использованием для нахождения интерполяции Лагранжа по чебышевским узлам. 7 пар графиков представлены на рисунке 2.

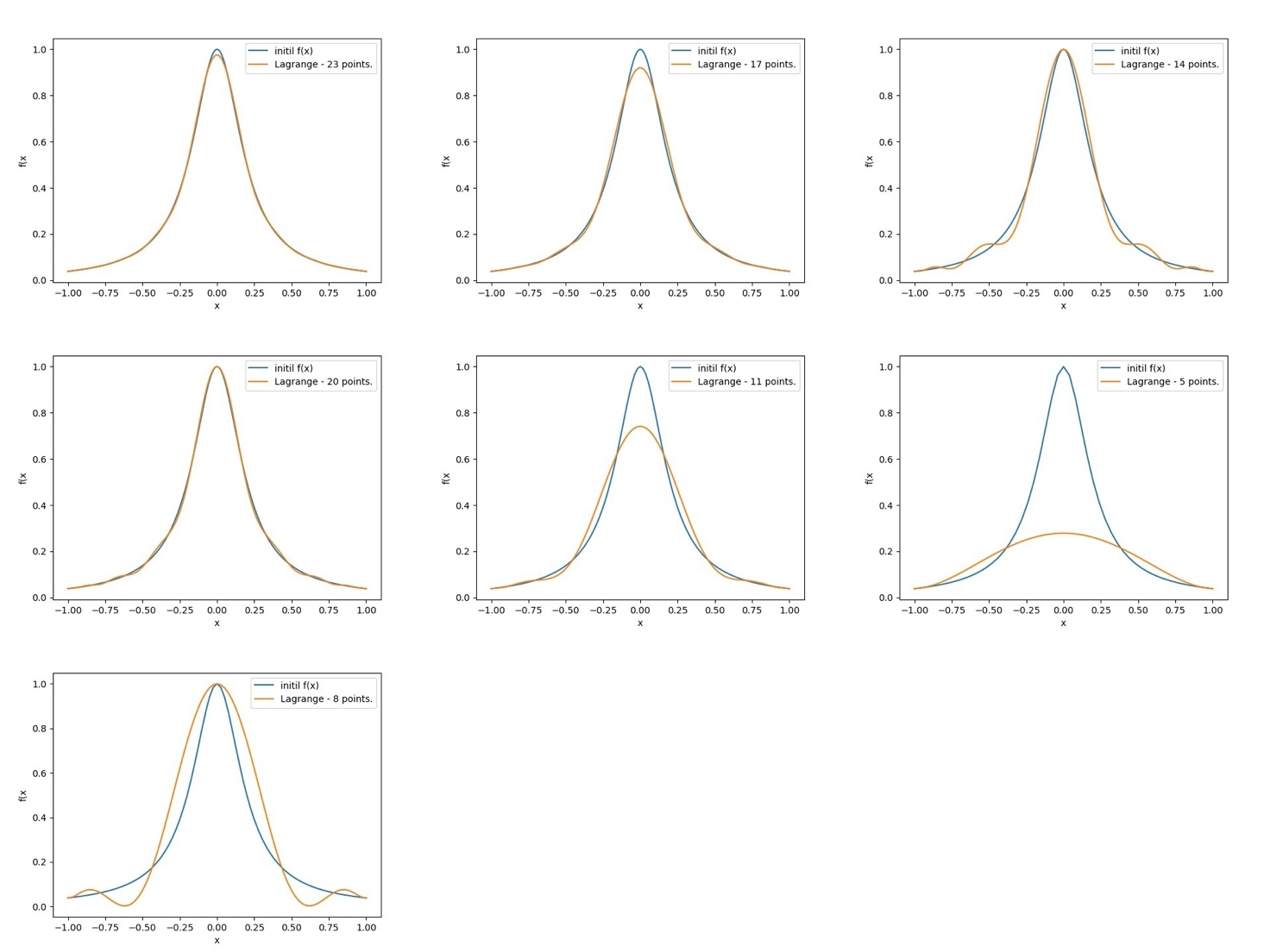


Рисунок 2

Мы наблюдаем аналогичную картину, как и с интерполяций по равномерному распределению – при увеличении числа узлов возрастает точность. Однако в случае с чебышевскими узлами погрешность много меньше чем в случае с использованием равномерного распределения.

# @Название раздела в соответствии с задачей 2@

@Описание проведенных работ, включая иллюстрации и ссылки на дополнительную литературу, если такая потребовалась@

# Заключение

@Выводы по выполненным работам, включая краткое заключение@

# Список использованных источников

1. **Фамилия И.О.** *Тема публикации, название книги, пособия.* [Электронный ресурс] // Наименование журнала. Организация, Город, Год, количество страниц[[1]](#footnote-1).

1. Оформляется согласно ГОСТ 7.1-2003 «Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления», и ГОСТ 7.82-2001 «Библиографическая запись. Библиографическое описание электронных ресурсов. Общие требования и правила составления» [↑](#footnote-ref-1)